

Phlogiston

Часопис за историју и филозофију
науке и технологије

Journal for History and Philosophy
of Science and Technology

UDC 001 (091)

30/2022

ISSN 0354-6640

ISSN 2620-1720 (Online)



MUSEUM OF SCIENCE AND TECHNOLOGY – BELGRADE
МУЗЕЈ НАУКЕ И ТЕХНИКЕ – БЕОГРАД

Милош Р. Миловановић¹

Математички институт
Српске академије наука и уметности, Београд

ИНТУИЦИОНИСТИЧКО ЗАСНИВАЊЕ МАТЕМАТИКЕ И ПРИМЕНЕ У МУЗИЦИ, АРХИТЕКТУРИ, ОБРАЗОВАЊУ...²

Апстракт

Током 19. и 20. века, учињени су напори да се математика заснује на дискретном језику и формалној логици. У суштини овог по­духвата лежи елиминација времена, како је Емил Мејерсон означио склоност модерне науке да различитост и промену своди на истоветност и сталност. Геделови и Тјурингови, а недуго потом и Чејтинови налази, установили су непотпуност оваквог светоназора. Алтернативу формализму је представљао интуиционизам који сматра да је време основна интуиција свести. Скелет математике, у том погледу, чини временски континуум, који одговара појму реалног броја заснованом на поступку мерења.

Изналажење начина да се поједини ентитети утопе у континуум ипак је нетривијалан задатак од суштинског значаја за интуици­онистичко заснивање, чему је посвећена Петровићева теорија математичких спектара. Посреди је став о јединству математике и њених примена, што је чини аналогном спектроскопији у физици или физичкој хемији. Значај интуиционизма за теорију музике представља квинтни круг који је доследно развијен у појмовима временског континуума.

Интуиционизам се такође огледа у естетици Милутина Борисављевића, који је архитектуру сматрао временском уметношћу. Примене у образовању изискују интуиционистичку теорију сазнања, што представља хијерархијску структуру која је израз временског тока. Установљена хијерархија својим дејством превазилази нар-

¹ milosm@mi.sanu.ac.rs

² Рад је представљен на Конгресу младих математичара који је одржан у Новом Саду од 3. до 5. октобра 2019. године. Подржало га је Министарство просвете науке и технолошког развоја Републике Србије кроз Математички институт САНУ.

цистичку культуру модернизма, што је такође од значаја за хуманистичке науке и њихову методологију.

Кључне речи: интуиционизам, временски континуум, математички спектри, квинтни круг, оптичко-физиолошка перспектива, настава математике

1. Увод

У дијалогу *Држава* (Πολιτεία), Платон (Πλάτων) примећује како је геометријска наука у супротности са смешним и усиљеним речима људи који се њоме баве:

„Они образују речи као да обављају неки посао или као да им је то занат, па тако говоре о квадрирању, конструисању, сабирању и о свему – а целокупна наука, међутим, гаји се ради сазнања”.³

Платонистичко становиште да је посредни сазнање онога што је вечно и према томе, нити настаје нити нестаје, истакао је Давид Хилберт (David Hilbert) који у свом програму сматра да је геометрија парадигма математичког формализма. Премда је тврдио како његова формализација представља доследну разраду аксиоматике изложене у Еуклидовим (Εὐκλείδης) *Елементима* (Στοιχεῖα), битне појединости говоре у прилог чињеници да се радило о грубом кршењу Еуклидове методе.

Насупрот Платоновом назору о вечитости геометријских представа, Еуклид у 7. аксиоми изричито помиње кретање. Он га у *Елементима*, штавише, заснива на односу праве и круга што су појмови које одређује 4. и 15. дефиницијом. Наиме, у прва три става се у равни, употребом шестара и лењира, изводи конструкција дужи било ког положаја подударна датој дужи.⁴ Услед приличне сложености проблематике која постаје још незграпнија у општем случају просторних односа, Еуклид не развија овај приступ нити га даље помиње сматрајући кретање основним појмом. Треба нагласити, међутим, да основни појмови нису имали онај значај који им придају формални системи, будући да су пропраћени дефиницијама које их успостављају на физичком искуству. С тим у вези, парадигматична је 1. дефиниција која тврди да је тачка амер, или 4. по којој праву одређује својство да увек подједнако лежи.

³ Platon, *Država* (Beograd: Kultura, 1969), 244, 527a.

⁴ Милош Радојчић, *Елементарна геометрија: основе и елементи еуклидске геометрије* (Београд: Научна књига, 1961), 131.

У Епикуровом (Επίκουρος) атомизму, амери (ἄμερᾶς) представљају елементарне честице које немају простирање. Ксенија Атанасијевић примећује да је, истакавши сложеност атома (ἄτομον), Епикур постао генијални претходник честичне физике.⁵ Дуални појмови праве и круга, у том погледу, наглашавају спрегнутост просторног и фреквентног домена, што је израз Хајзенбергових (Werner Heisenberg) релација неодређености које упућују на проблем мерења.⁶ Установљена равномерност правца наговештава закон инерције који је такође прећутна дефиниција праве линије.⁷ И као што Њутнови (Isaac Newton) закони чине *Принципе* (*Philosophiae Naturalis Principia Mathematica*) математичком теоријом, Еуклидове дефиниције чине *Елементе* ништа мање физичком теоријом која успоставља просторно-временску геометрију.⁸

Формализам испољава тежњу да се из геометрије елиминише време, што је постигнуто захваљујући теорији скупова која представља идеолошки оквир чије се присуство првенствено огледа у аксиоматизацији непрекидности.⁹ Тиме је античка дисциплина уврштена у корпус модерне науке чију историју Емил Мејерсон (Émile Meyerson) сматра прогресивним остваривањем склоности да се различитост и промена своде на истоветност и сталност.¹⁰ Елиминација времена је отпочела заменом *рода* у схоластичкој филозофији појмом *класе* која представља апстрактну скупину без онтолошке садржине засноване на рађању и наслеђивању.¹¹ Класе су присутне у Фон Нојман-Бернајз-Геделовој (John von Neumann-Paul Bernays-Kurt Gödel) теорији како би се превазишли парадокси скупова и омогућила им се коначна аксиоматизација.

⁵ Ирина Деретић, „Ксенија Атанасијевић о Епикуру: атомизам и хедонизам”, у *Историја српске филозофије IV: њрилози испираживању*, ур. Ирина Деретић и Александар Кандић (Београд: Филозофски факултет, 2019), 246.

⁶ Милош Миловановић, *Пишање календара у свећлосћи ѡредања Српске ѡправославне цркве* (Београд: Метафизика, Златно руно, 2021), 161–171.

⁷ Zoran Stokić, *Newton versus Einstein: Njutnov pojam prostora i vremena* (Београд: Alfa, 1994), 63–68.

⁸ Miloš Radojić, „О stanovištima u geometriji” (rad predstavljen na kongresu, Bled, Jugoslavija, 8–12 januar 1949), у *Prvi kongres matematičara i fizičara FNRJ. II, Naučna saopštenja i obaveštenja*, ур. Tatomir Andelić (Београд: Научна књига, 1951), 48.

⁹ Predrag Janičić, „Један метод за аутометско доказивање теорема геометрије” (magistarska teza, Univerzitet u Beogradu, Matematički fakultet, 1996), 4–6.

¹⁰ Émile Meyerson, *Identité et réalité* (Paris: Félix Alcan, 1908).

¹¹ Павле Флоренски, *Смисао идеализма* (Београд: Плато, 2000), 103–111.

Дискретни језик је у том погледу послужио као модел елиминације, будући да трансформације коначних скупова имају реверзибилна својства. Оне се свде на пермутације скупа, што би значило да увек постоји инверз који успоставља обратан дејство. Професор Станко Првановић је, с тим у вези, сматрао реверзибилност битним начелом у модерној настави математике.¹² На тај начин се бесконачни и чак непробројиви скупови исказују у појмовима формалне логике која их дискретизује. Границе ове методе је оцртао Гедел, чије су теореме установиле непотпуност система који садрже аритметику. Овај резултат је додатно поткрепљен Туринговим (Alan Turing) оператором скока који сведочи да је формална аритметика неодлучива.

Осим разраде наведених резултата, Грегори Чејтин (Gregory John Chaitin) им је дао посве оригинално и важно тумачење. Он математику сматра експерименталном науком у истој мери као што је то и физика, говорећи о присуству случајности у елементарној теорији бројева. Чејтин наглашава да су у питању суноврат редукционизма и његова пропаст, која се из квантне физике и теорије хаоса шири на математику. Значај који математички формализам придаје доказу, у том погледу постаје од другоразредног значаја, с обзиром да доказивање представља редукционистичку методу. Притом, он закључује да одговор на питање како би заправо требало радити математику изискује бар још једно поколење математичара.¹³ Чејтин не пропушта да укаже на занемарену школу интуиционизма предвођену Браувером (Luitzen Egbertus Jan Brouwer), који је ово стање наговестио још почетком 20. века.

2. Интуиционистичко заснивање математике

Разматрајући значај интуиције, Станко Првановић истиче да она игра битну улогу у изградњи математике.¹⁴ Притом истиче Адамарово (Jacques Hadamard) становиште како се једина сврха математичке

¹² Душан Липовац, Проф. Станко Првановић: *математичар и методичар наслове математике (1904–1982)* (Београд: Завод за уџбенике, 2012), 101–102.

¹³ G. J. Chaitin, “Randomness in Arithmetic and the Decline and Fall of Reductionism in Pure Mathematics”, *Chaos, Solitons and Fractals*, 5, 2 (1995): 156–159.

¹⁴ Stanko Prvanović, *Теорија и пракса савременог математичког образовања на усмереном високо-образовном ступњу* (Sarajevo: Univerzitetska knjiga, Veselin Masleša, 1981), 150–151.

строгости састоји у томе да потврди и озакони интуитивне продоре.¹⁵ Браувер на исти начин сматра математику прекогнитивном делатношћу, али је одређује у појмовима времена које чини основну интуицију свести. Он се овим ставом превасходно ограђује од формалне логике, с обзиром да под математиком подразумева временски континуум који превазилази дискретни језик, представљајући заправо оригинално стваралаштво.¹⁶ По његовом назору, „рећи да се математика заснива на логици је исто што и тврдити да је људско тело примењено на анатомске науке”.¹⁷

Појам континуума одговара реалним бројевима у поступку мерења, што води порекло из геометријске алгебре која се јавља код Еуклида. У 5. књизи *Елемена*, Еуклид излаже учење о пропорцији које разматра самеравање величина. По Еуклидовом алгоритму, величине a и b се међусобно самеравају у виду *верижној развоја* $\frac{a}{b} = \frac{1}{n_1 + \frac{1}{n_2 + \frac{1}{\ddots}}}$ чији је *сџекшар* n_1, n_2, \dots . Развој се под условом $a \leq b$ односи на размину $a/b \leq 1$, док би у противном представљао b/a . Пропорција $\frac{a}{b} = \frac{c}{d}$, која означава једнакост одговарајућих чланова у оба спектра, успоставља идентитет временског континуума. Реалном броју, према томе, одговара верижни развој, што представља поступак мерења који се одвија корак по корак успостављајући време.

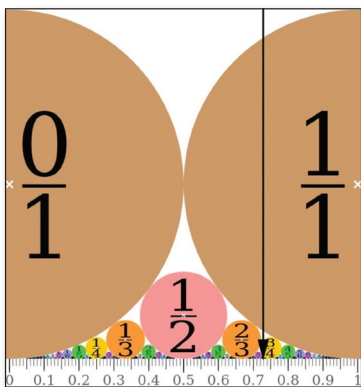
Дефиниција пропорције у појмовима верижног развоја није се заправо јавила код Еуклида, већ код Омара Хајама (Umar Kaууāt) који је излаже у *Коменшару на шешке њосџулаше Еуклидових Елемена* (*Risāla fī šarḥ mā aškala min mušādarāt kitāb Uqlidis*). Појам изложен у *Елеменшима*, који је потекао од Еудокса Книдског (Εὐδοξος ὁ Κνίδιος), тврди да пропорција $\frac{a}{b} = \frac{c}{d}$ важи уколико је сваки од исказа $ma < nb$, $ma = nb$ и $ma > nb$ еквивалентан одговарајућем међу исказима $mc < nd$, $mc = nd$ или $mc > nd$. Незадовољан Еудоксовом дефиницијом, Хајам ју је преформулисао употребом верижног развоја, чиме је успостављен појам реалног броја. На Еудоксову дефиницију се надовезао Рихард Дедекинд (Richard Dedekind), који је реалне бројеве конструисао пресецањем рационалних вредности на два скупа.

¹⁵ Jacques Hadamard, *An Essay on the Psychology of Invention in the Mathematical Field* (New York: Dover Publications, Inc., 1954).

¹⁶ Vladimir Tasić, *Matematika i koreni postmodernog mišljenja* (Novi Sad: Svetovi, 2002).

¹⁷ L. E. J. Brouwer, *Over de grondslagen der wiskunde* (Amsterdam, Leipzig: Maas & van Suchtelen, 1907). Citirano prema: Vladimir Tasić, *Matematika i koreni postmodernog mišljenja* (Novi Sad: Svetovi, 2002), 46.

Временски континуум приказује дијаграм Фордових (Lester Randolph Ford Jr.) кругова чији пресеци са вертикалом образују низ $\xi_i = \frac{1}{n_i + \frac{1}{n_i}}$ који одговара реалном броју (слика 1).¹⁸ Његови чланови $\xi_i = \frac{n_i}{k_i}$ се називају *Диофантове апроксимације*, које су најближе задатом броју међу разломцима $\frac{h}{k}$, $k \leq k_i$ чији су имениоци не већи од онога што га има ξ_i . Имениоци и бројиоци овог низа су описани рекурентним правилом $h_{i+1} = n_{i+1}h_i + h_{i-1}$, $k_{i+1} = n_{i+1}k_i + k_{i-1}$, уз почетне услове $h_0 = 0$, $h_1 = 1$ и $k_0 = 1$, $k_1 = n_1$. Разлика узастопних чланова $\Delta\xi_i = \xi_{i+1} - \xi_i$ износи $\frac{h_{i+1}}{k_{i+1}} - \frac{h_i}{k_i} = \frac{(-1)^i}{k_{i+1}k_i}$, па према томе верижни развој поприма облик алтернирајућег реда $\Delta\xi_0 + \Delta\xi_1 + \dots = \frac{1}{k_1k_0} - \frac{1}{k_2k_1} + \dots$, што представља проређену репрезентацију сачињену од речи из редундантног речника који образују разломци јединичног бројиоца $\frac{1}{1}, \frac{1}{2}, \dots$



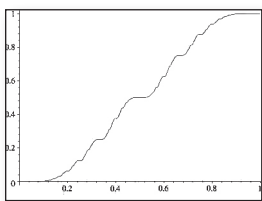
Слика 1. Дијаграм Фордових кругова чији пресеци са вертикалом одређују реални број¹⁹

Алтернирајући ред одговара бинарном коду, при чему се 0 приписује речима које у њему не учествују, а 1 речима које учествују у реду са предзнаком \pm наизменично. Овај запис реалног броја је, међутим, високо редундантан, будући да целокупан речник не може ни изблиза бити обухваћен извесним редом. Стога је потребно уклонити сувишне нуле, што се постиже кодирањем спектра n_1, n_2, \dots . Такав код се састоји од наизменичних вредности \pm различитих од нуле на местима $n_1, n_1 + n_2, \dots$, чиме је установљена запитна функција Минковског (Herman Minkowski)?: $\frac{1}{n_1 + \frac{1}{n_1}} \mapsto \frac{1}{2^{n_1-1}} - \frac{1}{2^{n_1+n_2-1}} + \dots$ која континуум трансформише из верижног у бинарни запис (слика 2). Посреди је аутоморфизам временског континуума који верижни развој прсликава у аналогну вредност бинарног кода $x = \underbrace{0 \dots 1}_{n_1} \dots \underbrace{0 \dots 1}_{n_2} \dots 1 \dots$ чије цифре одговарају корацима у поступку мерења. Наиме, под континуумом се

¹⁸ L. R. Ford, "Fractions", *The American Mathematical Monthly*, 45, 9 (1938): 586–601.

¹⁹ https://en.wikipedia.org/wiki/Ford_circle#/media/File:Ford_circles_colour.svg.

подразумева скелетна категорија, те је довољно да ? буде изоморфизам који уједно представља структурни идентитет.



Слика 2. Функција Минковског која трансформише временски континуум из верижног у бинарни код²⁰

Фордов дијаграм се гради по хијерархији скала, од којих свака одговара уметању кругова који додирују по два на претходној скали и бројевну праву. У оквиру хијерархијске структуре, сваком кругу је приписан несводиви разломак $\frac{r}{s}$ који представља његов додир са хоризонталом. Под претпоставком да су кругови означени $\frac{r_1}{s_1}$ и $\frac{r_2}{s_2}$, круг уметнут међу њих одговара разломку $\frac{r_1}{s_1} \oplus \frac{r_2}{s_2} = \frac{r_1+r_2}{s_1+s_2}$, што успоставља операцију који се назива *сасред* (на латинском *medians* – посредујући) или *Феријев збир*. Назив је добила по Џону Ферију (John Farrey Sen.) који је уочио да узастопне разломке $\zeta < \xi < \eta$, који у сведеном виду имају имениоце до извесне вредности, повезује правило $\xi = \zeta \oplus \eta$. Примера ради, разломци до вредности имениоца 5 образују редослед $\frac{0}{1}, \frac{1}{5}, \frac{1}{4}, \frac{1}{3}, \frac{2}{5}, \frac{2}{3}, \frac{3}{5}, \frac{4}{3}, \frac{4}{1}$ у коме средишње чланове чини Феријево сабирање њихових суседа.²¹

Под дејством запитне функције Минковског, *сасред* прераста у аритметичку средину будући да за њега важи изоморфизам $\zeta \oplus \eta = \frac{?(\zeta)+?(\eta)}{2}$.²² Он преображава кругове Фордовог дијаграма у дијаманте квадратног облика, с обзиром да уметање кругова представља *сасред*, док је аритметичка средина повезана са уметањем квадрата на следећој скали. Фордови дијаманти успостављају структуру бинарног дрвета, при чему чворови чије су координате $x = \frac{2k-1}{2^{j+1}}$ и $y = \frac{1}{2^{j+1}}$ образују алгебру сегмената $[x - y, x + y]$ који су представљени параконфлексним бројевима $x + iy, i^2 = 1$.²³ Гранање сегмената $[\frac{k-1}{2^j}, \frac{k}{2^j}]$, $1 \leq k \leq 2^j$ одређује бит по бит реалног броја (на енглеском

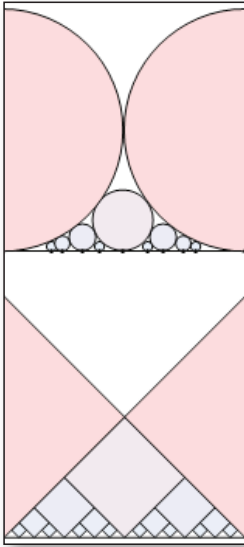
²⁰ Miloš Milovanović, Srđan Vukmirović and Nicoletta Saulig, “Stochastic Analysis of the Time Continuum”, *Mathematics*, 9, 12 (2021): 1452, 6.

²¹ J. Farey Sen., “On a Curious Property of Vulgar Fractions”, *Philosophical Magazine*, 47, 217 (1816): 385–386.

²² Herman Minkowski, “Zur Geometrie der zahlen” (rad predstavljen na međunarodnom kongresu, Heidelberg, Baden-Württemberg, Deutschland, 8–13. August 1904), u *Verhandlungen des III Internationalen Mathematiker-Kongresses*, ur. A. Krazer (Lepizig: Druck und Verlag von B. G. Teubner, 1905), 164–173.

²³ M. Warmus, “Calculus of Approximations”, *Bulletin de l’Académie Polonaise des science*, Cl. III, 4, 5 (1956): 255–257.

binary digit – бинарна цифра) и у том погледу, хијерархија континуума одговара бинарном коду (слика 3). Разматрајући простор континуалних сигнала, од значаја су хијерархијске базе које су сагласне његовој структури. Такве базе се називају „таласићи” и настају транслацијама и дилатацијама специјалне функције која се назива „мајка таласића” (слика 4). Континуални сигнали се, у том погледу, граде скалу по скалу, чиме попримају својства временске хијерархије.²⁴



Слика 3. Изоморфизам Фордових кругова и дијаманата који успостављају структуру бинарног дрвета²⁵

Она је прегледно изложена у књизи *Стејени гесејке (Powers of Ten: A Book about the Relative Size of Things in the Universe and the Effect of Adding Another Zero)* која помицању децималног зареза придаје учинак преласка на наредну скалу.²⁶ Веза између скалирања и броја 10 се управо огледа у хијерархијској структури коју успоставља поступак мерења. По Лохсовој (Gustav Lochs) теореме, број чланова у верижном развоју потребних да се одреди извесна цифра децималног записа тежи вредности $\frac{6 \log 2 \log 10}{\pi^2} \approx 0.97$, што би угрубо значило да сваки члан скоро сигурно одређује по једну децималну цифру.²⁷ Према томе, значај децималног система у представљању реалних бројева односи се управо на структурирање временског континуума.

²⁴ Milovanović, Vukmirović and Saulig, “Stochastic Analysis of the Time Continuum”, 1452.

²⁵ <https://cp4space.hatsya.com/2012/09/04/closed-form-bijections>.

²⁶ Phillip Morrison and Phylis Morrison, *Powers of Ten: A Book about the Relative Size of Things in the Universe and the Effect of Adding Another Zero* (New York: Scientific American Library, 1982).

²⁷ Gustav Lochs, “Vergleich der Genauigkeit von Dezimalbruch und Kettenbruch”, *Abhandlungen aus dem Mathematischen Seminar der Universität Hamburg*, 27 (1964): 142–144.



Слика 4. Таласићи који представљају хијерархијске базе континуалних сигнала²⁸

3. Примене у музици

Временски континуум, који представља поимање реалног броја засновано на поступку мерења, оцртава скелет математике. Ово би значило да је сваком ентитету својствено утапање у континуум, што је својеврсни поступак декодирања устремљен на стицање основне интуиције. Изналажење начина да се извесни ентитет у том погледу утопи ипак представља нетривијални задатак, од суштинског значаја за интуиционистичко заснивање. Теорија математичких спектра која потиче од Михаила Петровића је управо томе посвећена. Посреди је став о јединству математике и њених примена, што је чини аналогном спектроскопији у физици или физичкој хемији.²⁹

Спектрална метода је оцењена као врло оштроуман начин аритметизације разноврсних проблема, чак и по цену великог броја операција које су практично биле неизводљиве у време када рачунари још нису били развијени.³⁰ Она се састоји у расипању променљивих у нумерички спектар, као што анализатор расипа сноп зракова у светлосни спектар. Непознате се у нумеричком спектру приказују као

²⁸ Миловановић, *Пишање календара у свећлосћи ѡредања Српске ѡправо-славне цркве*, сл. 27.

²⁹ Милош Миловановић, „Значај Петровићевих спектра у заснивању математике” (рад представљен на научном скупу са међународним учешћем одржаном у Српској академији наука и уметности, Београд, Србија, 2–3. октобар 2018), у *Михаило Пећровић Алас: ѡводом сѡо ѡедесеѡ ѡдина од рођења*, ур. Градимир Миловановић, Стеван Пилиповић и Жарко Мијајловић, (Београд: Српска академија наука и уметности, Математички факултет, Математички институт САНУ, Друштво математичара Србије, 2019), 47–62.

³⁰ Ernest Stipančić, „Mihailo Petrović, matematičar i fenomenolog”, у *Mihailo Petrović: čovek, filozof, matematičar*, ур. Dragoslav S. Mitrinović (Beograd: Zavod za udžbenike, 1968), 87–92.

спектралне пруге, на начин на који се одређују непознати елементи у некој супстанци. Пруге чине децимална места чији се број смењује у складу са ритмом који може бити равномеран – када су све пруге исте ширине – или, пак, неравномеран – када то није случај – а који може бити равномерно или неравномерно убрзан. Употреба кинематских појмова за опис спектралног ритма наговештава да цифарска места позиционог система означавају време континуума који је успоставило скалирање.

Аналитичке функције које се развијају у степени ред са целобројним коефицијентима могуће је представити реалним бројевима, што се своди на нумерисање функција у класи. Исто важи и за класе чији се елементи извесном трансформацијом могу свести на такве функције. Како пребројиви производи различитих класа највише имају моћ континуума, могуће је образовати заједнички спектар низовима функција. Свака појава – било какве природе, врсте или сложености – која се може изразити низом једначина, бива на тај начин утопљена у континуум.³¹ У том погледу, он представља оно што Михаило Петровић назива *аналогско језиро дисипаративних феномена*, истичући да аналогije нису пуке случајности, већ да имају своје подлоге у заједничкој суштини разматраних појава.³²

Појам спектра је присутан у исконском виду који се јавља још код Њутна, означавајући слику добијену разлагањем светлости.³³ Његова разрада у хармонији и музици му је дала на значају доводећи га у везу са диференцијалним једначинама и теоријом оператора, што такође важи за математичке спектре који се могу излагати на тај начин. Петровић се музиком бавио безмало професионално, предводећи свирачко друштво Суз које је основано 1896. године. Ова појединост је важна с обзиром да спектри у целости представљају теорију музике, уколико би се излагала у појмовима математичке методе.

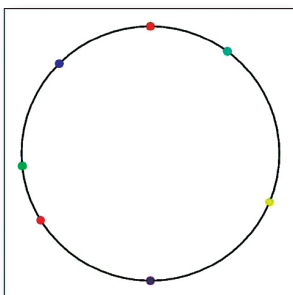
Примене интуиционизма у музици се, пре свега, тичу *квинтної круїа* који је основ хроматике. Он представља извођење дванаест ступњева хроматске лествице, од којих су седам основни, а пет полуступњеви (слика 5). Полазећи од почетног ступња који се означава бројем 1, остали се добијају узастопним множењем размером $3/2$, што се назива *догавање квинтне*. Притом, уколико вредност премаши

³¹ Michel Petrovich, *Leçons sur les spectres mathématiques* (Paris: Gauthier-Villars, 1928).

³² Stipanić, „Mihailo Petrović, matematičar i fenomenolog”, 87–92.

³³ Jean Mawhin, “Spectra in Mathematics and Physics: from the Dispersion of Light to Non-linear Eigenvalues”, *Ulmer Seminar*, 15 (2011): 133–146.

опсег круга који се креће у границама од 1 до 2, онда се вредност дели бројем 2.



Слика 5. Седам основних ступњева у квинтном кругу, од којих је почетни обележен црвеном бојом

Додавање квинте у дванаестом кораку је успоставило размеру $3^{12}/2^{19} \approx 1$, што одговара затварању круга који се вратио свом почетку. Развој по скалама временског континуума показује, међутим, да ова вредност износи $3^{12}/2^{19} = 1.01 \dots$, што би значило да постоји извесни помак почетног ступња који на квинтни круг дејствује ротацијом. Притом, ово дејство, названо *йишјајорејска кома*, не мења односе унутар лествице, већ представља њен развој у времену којим је установљена нетривијална симетрија система. Посреди је интуиционистичка логика која чини да се идентитет подвргава временском чиниоцу, што је основ инфинитезималног рачуна.³⁴ Његова разрада у појмовима интуиционизма је дала битан допринос заснивању ове теорије.³⁵

Музика организује време у посве опипљив концентрат, због чега је блиска математичкој физици.³⁶ Главни проблем сликарства који се тиче прелаза између појединих планова, попримајући назив *модулације*, постаје главни проблем компоновања који се тиче прелаза из једног тоналитета у други.³⁷ Недостатак временског дојма се испољио у равномерном темперовању хроматске лествице, што је нарушило све размере ступњева изузев октаве. Тиме се у знатној мери губи музичка хармонија, на шта је с правом указивала музикологија, изискујући доследно успостављање квинтног круга упркос елиминацији времена у модерној науци.

³⁴ Милош Миловановић и Вукашин Милићевић, „Вечност у једноме сату“, *Саборност: часопис Ејархије браничевске*, 2 (2008): 273–287.

³⁵ John L. Bell, *A Primer of Infinitesimal Analysis* (Cambridge: Cambridge University Press, 1998).

³⁶ Dragutin Gostuški, *Vreme umetnosti: prilog zasnivanju jedne opšte nauke o oblicima* (Beograd: Prosveta 1968), 191.

³⁷ *Ibid.*, 211.

4. Примене у сликарству и архитектури

Етјен Сурио (Étienne Souriau) истиче да ништа није опасније за егзактно и деликатно поимање пластичних уметности (дизајна, сликарства, скулптуре, архитектуре) од прилично баналног описа *ἰρoσῖoρнe*, што би било супротно фонетичким и кинематским уметностима које се сматрају *временским*. У настојању да превазиђе недостатке оваквог приступа, он уводи појам времена својственог уметничком делу које је присутно у текстури слике, њеној композицији и естетском поретку.³⁸ Развијајући његову замисао, Клемена Антонова тврди да време представља организационо начело уметничког дела.³⁹ Њена теорија је, пре свега, применљива на иконографију коју у целости прожима временски дојам.



Слика 6. Икона Преображења чија дубина одговара усправљању од хоризонталног, преко полуусправног, до најзад усправног става у односу на Христов средишњи лик⁴⁰

На икони Преображења, време успоставља ширење планинских масива на којима стоје пророци Мојсије и Илија. Временска дубина слике у том погледу означава развој личности који одговара усправљању од хоризонталног, преко полуусправног, до усправног става у односу на Христов средишњи лик (слика 6). Ово је дефиниционо својство ико-

³⁸ Étienne Souriau, "Time in the Plastic Arts", *Journal of Aesthetics and Art Criticism*, 7, 4 (1949): 294–297.

³⁹ Clemena Antonova, *Space, Time and Presence in the Icon: Seeing the World with the Eyes of God* (Farnham: Ashgate Publishing, 2010), 5.

⁴⁰ Miloš Milovanović and Bojan M. Tomić, "Fractality and Self-organization in the Orthodox Iconography", *Complexity*, 21, S1 (2016): 61.

нографије византијског стила, које се назива *обрнуџа њерсџекџива*.⁴¹ Појам потиче од руског математичара и богослова Павла Флоренског (Павел Александрович Флоренский) који га је супротставио линеарној перспективи модерне науке установљене на елиминацији времена.⁴² Такође га је независно од Флоренског, увео и српски математичар Милош Радојчић, дајући му име *конџраџерсџекџива*.⁴³



Слика 7. Појава Кохове линије на икони Преображења, која је хијерархијски структурирана⁴⁴

Разматрајући геометријску структуру ове иконе, запажа се Кохова (Helge von Koch) линија која представља елементарни облик фракталне геометрије (слика 7). Самосличност представља рекурентно правило њене изградње, што одговара наслеђивању у времену које је установљено скалама континуума (слика 8). Фрактали изражавају структуру временског континуума, која, самим тим, поприма геометријски дизајн. Иако прожимају бројне системе, од биолошких до

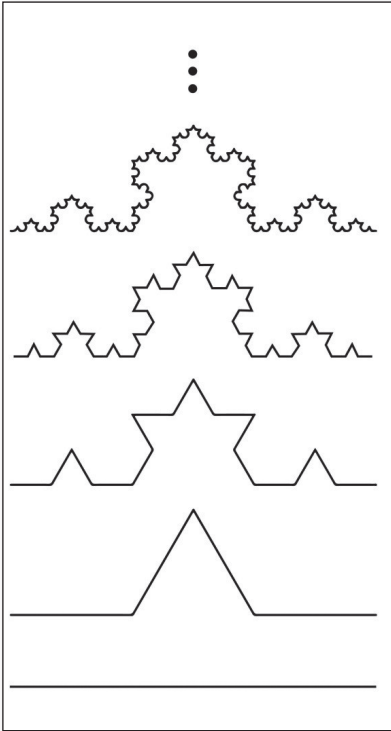
⁴¹ Ibid., 29.

⁴² Павле Флоренски, *Обрнуџа њерсџекџива* (Београд: Логос, 2013).

⁴³ Милош Радојчић, „О чаробном свету нашег средњовековног сликарства”, *Народна одбрана*, 10, 44 (1940): 710–711.

⁴⁴ Milovanović and Tomić, “Fractality and Self-organization in the Orthodox Iconography”, 59.

космичких размера, сушти образац њиховог испољавања је гранање дрвета (слика 9), што наговештава својствено време слике које је присутно у њеној текстури.⁴⁵



Слика 8. Самосличност која представља рекурентно правило у изградњи фракталне геометрије⁴⁶

Појам *фрактал* је изведен у другој половини 20. века од речи која значи разломљен, али и неправилан у смислу уломка (на латинском *fractus* – кршан). Сковао га је 1975. године Беноа Манделброт (Benoît Mandelbrot) чија их је књига *Фрактална геометрија природе* (*The Fractal Geometry of Nature*) учинила општепознатим.⁴⁷ Они се, пре свега,

односе на земаљски рељеф и примере из географије, као што су морска обала Велике Британије, лева обала Висле, планински масиви или, пак, линије разграничења где често постоје знатне разлике у подацима суседних држава који се тичу њихове заједничке границе. Такви случајеви захтевају хијерархијски опис, што чини да се не могу свести на стационарне представе које би елиминисале време. Сходно томе, појава фракталне геометрије преиспитује античку дисциплину у исконском поимању ове науке (на грчком *γεωμετρία* – мерење земље).

⁴⁵ Souriau, “Time in the Plastic Arts”, 296–297.

⁴⁶ Миловановић, *Пишање календара у светлости прегања Српске православној цркве*, сл. 25.

⁴⁷ Benoît B. Mandelbrot, *The Fractal Geometry of Nature* (New York: W. H. Freeman Co., 1982).



Слика 9. Гранање дрвета које је образац самосличности⁴⁸

Важно је истаћи да су фрактали били препознати у иконографији знатно пре но што је Манделброт уопште установио овај појам. Милош Радојчић је наговестио моћ преображавања која се превасходно распознаје у облику земаљског рељефа на иконама.⁴⁹ С тим у вези, запажа се како је Коховом линијом на икони Преображења обухваћен рељефни елемент у доњем левом углу, чиме се фракталност преноси на изломљене и испуцале голети које чине геометрију слике.⁵⁰ Самосличност је такође присутна у архитектури византијског стила који се доследно изводи из иконографије (слика 10).

⁴⁸ Milovanović and Tomić, “Fractality and Self-organization in the Orthodox Iconography”, 60.

⁴⁹ Радојчић, „О чаробном свету нашег средњевековног сликарства”, 727.

⁵⁰ Milovanović and Tomić, “Fractality and Self-organization in the Orthodox Iconography”, 55–68.



Слика 10. Присуство самосличности у архитектури византијског стила⁵¹

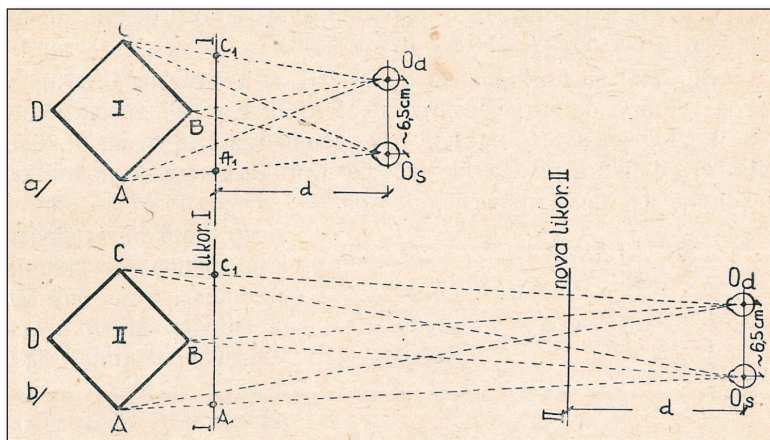
Техника сводова и полусводова представља поље могућности да се материја уравнотежи у потпуности слободним конструкцијама. Познато је, наима, да су Византинци градили кубета не користећи калуп, већ су их зидали слободно. Материја на тај начин губи тежину тако што притисци које она ствара бивају архитектонски раздељени од сводова на полусводове и тимпаноне, лукове и крстасте сводове, да би на послетку, већ потпуно неосетно, доспели до расцветалих капитела будући да се терет расплинуо, чиме цела грађевина одаје утисак живог организма.⁵² Органско начело у архитектури византијског стила означава превазилажење гравитационе силе, што би одговарало општој теорији релативности која је своди на геометрију простор–времена. Оно успоставља време архитектонског дизајна, осветљавајући хијерархију континуума која је установљена развојем личности. Веза између опште релативности и фракталне геометрије није подробно истражена, што би било пресудно за архитектонски дизајн.⁵³ Модел ове споне је управо иконографија византијског стила чија естетика представља сведочанство личног развоја, што повезује верску традицију и савремену науку.⁵⁴

⁵¹ Miloš Milovanović, “Postmodern Memory. A Study on Aesthetics of Eastern Europe”, u *Beauty in Architecture. Harmony of Place*, ur. Bogusław Szuba & Tomasz Drewniak (Berlin: Peter Lang, 2022), 378.

⁵² Христо Јанарас, „Апофатичко богословље и византијска архитектура”, *Теолошки йоїледи: версконаучни часопис*, 10, 3 (1977): 130.

⁵³ Milovanović, “Postmodern Memory. A Study on Aesthetics of Eastern Europe”, 376.

⁵⁴ Miloš Milovanović and Gordana Medić-Simić, “Aesthetical Criterion in Art and Science”, *Neural Computing and Applications*, 33 (2021): 2137–2156.



Слика 11. Коцка у оптичко-физиолошкој перспективи која чини да предмет изгледа већи што се посматрач више удаљава⁵⁵

С тим у вези, естетика Милутина Борисављевића сматра да је архитектура временска уметност која општи ритмовима, успостављајући емотивна стања.⁵⁶ Он је био први српски естетичар архитектуре који је докторску тезу одбранио на Сорбони (*Sorbonne Université*) под руководством Виктора Баша (*Victor Basch*), чији је ученик такође био и Етјен Сурио. Остварио је значајне и међународно признате резултате у бројним студијама које су углавном објављене на француском језику.⁵⁷ Његова теорија оптичко-физиолошке перспективе која је утемељена на опажању, поседује велике могућности разраде у појмовима временског континуума.⁵⁸ Линеарна перспектива одговара објективу фото-апарата, док бинокларно виђење подразумева временску дубину која је својствена иконографском изразу (слика 11). На тај би се начин просторно-временска геометрија свела на хијерархију опажања, што од ње чини превасходно естетско мерило.⁵⁹

⁵⁵ Milutin Borisavljević, *Optičko-fiziološka perspektiva* (Beograd: Ministarstvo gradjevina FNRJ, 1948), 23, sl. 8 (a–b).

⁵⁶ Miloutine Borissavljevitch, “L’architecture art du temps”, *Construction moderne*, 34 (1925): 404–408.

⁵⁷ Ирена Кулетин-Ђулафић, „Научна естетика архитектуре Милутина Борисављевића” (докторска дисертација, Универзитет у Београду, Архитектонски факултет, 2012).

⁵⁸ Borisavljević, *Optičko-fiziološka perspektiva*.

⁵⁹ Milovanović and Medić-Simić, “Aesthetical Criterion in Art and Science”, 2137–2156.

5. Примене у образовању

Сматра се да је бурни развој науке током 20. века условио бројне промене у образовању. Ипак, само је незнатан део његових тековина продро у наставу математике. Овде је важно раздвојити метод научног истраживања од идеологије модернизма, која се упорно наметала кроз васпитно-образовни систем. Није тешко погодити да је други вид увелико однео превагу у образовању устројеном по модернистичким назорима.⁶⁰ У том погледу, знатан допринос математичкој настави дала је група француских математичара који су своје радове објављивали под псеудонимом Николас Бурбаки (Nicolas Bourbaki).⁶¹

Развој педагошке и дечје психологије је довео до сазнања да је математика заснована на структурама које одговарају менталном склопу ученика од 6 до 14 година, што би значило да су они кадри опажати бројне појмове савремене математике у оквирима методичких решења.⁶² То је представљало основ у настојању модернизације, а који је гласио: „У настави математике могуће је извршити значајна померања градива наниже, укључити у почетну наставу математике одређене појмове теорије скупова, формалне логике и спровести од првог корака такву наставу која ће бити настава математике а не рачуна”.⁶³ Значајну улогу у обликовању наставних планова и њиховом усклађивању са светским токовима одиграо је Станко Првановић. Реформа која је ступила на снагу 1973. године обухватила је прве разреде основне школе, чиме је овај подухват продро у корене васпитно-образовног система. Упоредо је текла и реформа виших ступњева укључујући учитељске струке, што га чини закључним обликом математичке наставе у 20. веку.⁶⁴

⁶⁰ Виктор Тростников, „Научна ли ‘научная картина мира’”, *Новый мир*, 12 (1989): 257. „(Не) научна слика света”, *Галаксија Нова: научни маџазин*, 3 (2021): 88–98.

⁶¹ Липовац, Проф. Станко Првановић: *математичар и методичар наставе математике* (1904-1982), 27, фн. 3.

⁶² Jean Piaget, “Les structures mathématique et les structures opératoire de l’intelligence”, u Jean Piaget & E. W. Beth & J. Dieudonné & A. Lichnerowicz & G. Choquet & C. Gattageno. *L’enseignement des mathématiques* (Neuchâtel: Delachaux et Niestlé, 1955), 11–33.

⁶³ Липовац, Проф. Станко Првановић: *математичар и методичар наставе математике* (1904-1982), 29–37.

⁶⁴ Stanko Prvanović, *Metodika matematike u razrednoj nastavi: udžbenik za VI razred Pedagoške akademije* (Beograd: Zavod za udžbenike i nastavna sredstva, 1974).

Поставља се питање да ли ово стање које је наслеђено у 21. веку уједно представља и коначно решење. Са сигурношћу се мора одговорити да није.⁶⁵ Оно што, пре свега, мањка јесу истраживања дубинске психологије која је, услед историјских околности, остала по страни. Установљено је, наиме, да се опажање темељи на временским архетиповима који се превасходно тичу бројања.⁶⁶ Ментални склоп раног узраста, у том погледу, поприма алтернативни призвук, с обзиром да је познато како деца не ређају бројеве у линеарном већ у логаритамском поретку који одговара скалама континуума.⁶⁷ Бројање по логаритамској скали постоји упоредо линеарној, с тим да му интуитивно претходи, пре свега, у доживљају временског тока. Успостављени однос броја и времена представља битну ставку која би била кадра унапредити методикку математике, расветљавајући јој значај у оквирима образовног система.

Познато је, такође, да деца не представљају простор у линеарној перспективи већ у слободном стилу који поприма обресе иконографског израза.⁶⁸ Хијерархијску структуру која из тога происходи, чини организација заснована на току времена чији је модел меморија.⁶⁹ Стога јој се с правом придаје космолошки значај, што би сезало до Лајбница (Gottfried Wilhelm Leibniz) који је инфинитезимални рачун изнашао у појмовима меморијских система.⁷⁰ Тиме је ступио на траг временског континуума наговештавајући интуиционистичку теорију сазнања, што представља хијерархијску структуру која је израз временског тока.

Лајбниц је, наиме, заступао пројекат назван *characteristica universalis*, односно универзални језик, који је кадар обухватити целокупно

⁶⁵ Липовац, Проф. Сјанко Првановић: *математичар и методичар насјаве математике (1904-1982)*, 39.

⁶⁶ Marie-Louise von Franz, *Number and Time: Reflections Leading toward a Unification of Depth Psychology and Physics* (Evanston: Northwestern University Press, 1974).

⁶⁷ Alex Bellos, *Alex's Adventures in Numberland: Dispatches from the Wonderful World of Mathematics* (London, Berlin, New York, Sydney: Bloomsbury, 2010), 16–21.

⁶⁸ Стаматис Склирис, *У ојледалу и зајонејки: иконолошки есеји са 150 илустрација* (Београд: Православни богословски факултет, 2005), 74.

⁶⁹ Siegfried Kracauer, "Photography", *Critical Inquiry*, 19, 3 (1993): 425–426.

⁷⁰ Franses A. Jeјts, *Veština pamćenja* (Novi Sad: Mediterran Publishing, 2012), 445–455.

знање.⁷¹ Његово настојање унапређује древну традицију мнемотехнике која је установљена на архитектонском дизајну.⁷² Неурална архитектура подразумева хијерархију чија дубина управо одговара току времена.⁷³ Њена делатност превазилази нарцистичку културу модернизма, сведеног на ограничено присуство које подразумева равнодушност спрам прошлости и безличан однос према будућности.⁷⁴ Она би, као таква, такође била од значаја за хуманистичке науке и преиспитивање њихове методологије у освит постмодерне ере.⁷⁵ Наука лишена модернистичког баласта је, у том погледу, потреба не само наше већ, пре свега, будућих генерација.⁷⁶

6. Закључак

Рад представља значај интуиционизма у заснивању математике чији је скелет временски континуум. За разлику од Хилбертовог програма установљеног на дискретном језику, Браувер сматра време основном интуицијом свести која се огледа у поступку мерења чиме је успостављен појам реалног броја. Изналажење начина да се извесне структуре утопе у континуум представља нетривијални задатак од суштинског значаја за интуиционистичко заснивање, чему је посвећена Петровићева теорија математичких спектра. Посреди је став о јединству математике и њених примена, што је чини аналогном спектроскопији у физици или физичкој хемији.

Значај интуиционизма за теорију музике представља квинтни круг који је доследно развијен у појмовима временског континуума. Интуиционизам се такође огледа у естетици Милутина Борисављевића који је архитектуру сматрао временском уметношћу. Његова теорија оптичко-физиолошке перспективе, која је утемељена на опажању, у том погледу поседује велике могућности разраде.

⁷¹ Louis Couturat, *La logique de Leibniz: d'après des documents inédits* (Paris: Félix Alcan, 1901), 51.

⁷² Jejts, *Veština pamćenja*.

⁷³ Milovanović and Medić-Simić, "Aesthetical Criterion in Art and Science", 2137–2156.

⁷⁴ Christopher Lasch, *Narcistička kultura: američki život u doba smanjenih očekivanja* (Zagreb: Naprijed, 1986).

⁷⁵ Миловановић, *Пишање календара у свейлосци и предања Српске православне цркве*, 218–219.

⁷⁶ Stephen Toulmin, *The Return to Cosmology: Postmodern Science and the Theology of Nature* (Berkeley: University of California Press, 1983).

Примене у образовању изискују интуicionистичку теорију сазнања што представља хијерархијску структуру која је израз временског тока. Установљена хијерархија својим дејством превазилази нарцистичку културу модернизма, што је такође од значаја за хуманистичке науке и њихову методологију.

Литература

1. Antonova, Clemena. *Space, Time and Presence in the Icon: Seeing the World with the Eyes of God*. Farnham: Ashgate Publishing, 2010.
2. Bell, John L. *A Primer of Infinitesimal Analysis*. Cambridge: Cambridge University Press, 1998.
3. Bellos, Alex. *Alex's Adventures in Numberland: Dispatches from the Wonderful World of Mathematics*. London, Berlin, New York, Sydney: Bloomsbury, 2010.
4. Borisavljević, Milutin. *Optičko-fiziološka perspektiva*. Beograd: Ministarstvo gradjevina FNRJ, 1948.
5. Borissavliévitch. Miloutine. "L'architecture art du temps". *Construction modern*, 34 (1925): 404–408.
6. Brouwer, L. E. J. *Over de grondslagen der wiskunde*. Amsterdam, Leipzig: Maas & van Suchtelen, 1907.
7. Gostuški, Dragutin. *Vreme umetnosti: prilog zasnivanju jedne opšte nauke o oblicima*. Beograd: Prosveta, 1968.
8. Деретић, Ирина. „Ксенија Ататасијевић о Епикуру: атомизам и хедонизам”. У *Историја српске филозофије IV: ирпозити истраживању*, уредили Ирина Деретић и Александар Кандић, 235–257. Београд: Филозофски факултет, 2019.
9. Јанарас, Христо. „Апофатичко богословје и византијска архитектура”. Предео јеромонах Иринеј (Буловић). *Теолошки ипологи: верско-научни часопис*, 10, 3 (1977): 125–132.
10. Јаничић, Предраг. „Један метод за аксиоматско доказивање теорема геометрије”. Магистарска теза, Универзитет у Београду, Математички факултет, 1996.
11. Јејтс, Франсес А. *Вешина памћења*. Превела Радмила В. Шевић. Нови Сад: Mediterran Publishing, 2012.
12. Крацауер, Сјефриед. “Photography”. Предео Thomas Y. Levin. *Critical Inquiry*, 19, 3 (1993): 421–436.
13. Кулетин-Ђулафић, Ирена. „Научна естетика архитектуре Милутина Борисављевића”. Докторска дисертација. Универзитет у Београду, Архитектонски факултет, 2012.
14. Lasch, Christopher. *Narcistička kultura: američki život u doba smanjenih оčekivanja*. Превела Вишња Шпилјак. Загреб: Naprijed, 1986.
15. Lochs, Gustav. “Vergleich der Genauigkeit von Dezimalbruch und Kettenbruch”. *Abhandlungen aus dem Mathematischen Seminar der Universität Hamburg*, 27 (1964): 142–144.
16. Липовац, Душан. Проф. Сџанко Првановић: *математичар и методичар насџаве математике (1904-1982)*. Београд: Завод за уџбенике, 2012.

17. Mandelbrot, Benoît B. *The Fractal Geometry of Nature*. New York: W. H. Freeman Co., 1982.
18. Mawhin, Jean. "Spectra in Mathematics and Physics: from the Dispersion of Light to Non-linear Eigenvalues". *Ulmer Seminar*, 15 (2011): 133–146.
19. Meyerson, Émile. *Identité et réalité*, Paris: Félix Alcan, 1908.
20. Миловановић, Милош и Вукашин Милићевић. „Вечност у једноме сату“. *Саборносїї: часоїис Еїархије браничевске*, 2 (2008): 273–287.
21. Milovanović, Miloš and Bojan M. Tomić. "Fractality and Self-organization in the Orthodox Iconography." *Complexity*, 21, S1 (2016): 55–68.
22. Миловановић, Милош. „Значај Петровићевих спектра у заснивању математике“. Рад представљен на научном скупу са међународним учешћем одржаном у Српској академији наука и уметности, Београд, Србија, 2–3. октобар 2018. У *Михаило Пеїровић Алас: њоводом сїїо њедесеїї јодина од рођења*, уредили Градимир Миловановић, Стеван Пилиповић и Жарко Мијаїловић, 47–62. Београд: Српска академија наука и уметности (Научни скупови, књ. CLXXXII. Председништво, књ. 12), Математички факултет, Математички институт САНУ, Друштво математичара Србије, 2019.
23. Milovanović, Miloš and Gordana Medić-Simić. "Aesthetical Criterion in Art and Science". *Neural Computing and Applications*, 33 (2021): 2137–2156.
24. Milovanović, Miloš & Srđan Vukmirović & Nicoletta Saulig. "Stochastic Analysis of the Time Continuum". *Mathematics*, 9, 12 (2021): 1452.
25. Миловановић, Милош. *Пиїање календара у свеїїлосїїи ѓредања Срїске ѓравославне цркве*. Београд: Метафизика, Златно руно, 2021.
26. Milovanović, Miloš. "Postmodern Memory. A Study on Aesthetics of Eastern Europe". In *Beauty in Architecture. Harmony of Place*, edited by Bogusław Szuba & Tomasz Drewniak, 363–389. *Studies in Philosophy, Culture and Contemporary Society*, vol. 36. Berlin: Peter Lang, 2022.
27. Minkowski, Herman. "Zur Geometrie der zahlen". Рад представљен на међународном конгресу, Heidelberg, Baden-Württemberg, Deutschland, 8–13. August 1904. У *Verhandlungen des III Internationalen Mathematiker-Kongresses*, уредio A. Krazer, 164–173. Lepizig: Druck und Verlag von B. G. Teubner, 1905.
28. Morrison, Philip & Phylis Morrison. *Powers of Ten: A Book about the Relative Size of Things in the Universe and the Effect of Adding Another Zero*. New York: Scientific American Library, 1982.
29. Petrovtch, Michel. *Leçons sur les spectres mathématique*. Paris: Gauthier-Villars, 1928.
30. Piaget, Jean. "Les structures mathématique et les structures opératoire de l'intelligence". In Jean Piaget & E. W. Beth & J. Dieudonné & A. Lichnerowicz & G. Choquet & C. Gattageno. *L'enseignement des mathématiques*, 11–33. Neuchâtel: Delachaux et Niestlé, 1955.

31. Platon. *Država*. Preveo Albin Vilhar. Predgovor napisao Veljko Korać. Beograd: Kultura, 1969.
32. Prvanović, Stanko. *Metodika matematike u razrednoj nastavi: udžbenik za VI razred Pedagoške akademije*. Beograd: Zavod za udžbenike i nastavna sredstva, 1974.
33. Prvanović, Stanko. *Teorija i praksa savremenog matematičkog obrazovanja na usmerenom visoko-obrazovnom stupnju*. Sarajevo: Univerzitetska knjiga, Veselin Masleša, 1981.
34. Радојчић, Милош. „О чаробном свету нашег средњовековног сликарства”. *Народна одбрана*, 10, 42–45 (1940): 677–678, 693–694, 710–711, 726–727.
35. Radojčić, Miloš „О становиштима у геометрији”. Rad predstavljen na kongresu, Bled, Jugoslavija, 8–12. januar 1949. U *Prvi kongres matematičara i fizičara FNRJ. II, Naučna saopštenja i obaveštenja*, uredio Tatomir Anđelić, 37–48. Beograd: Naučna knjiga, 1951.
36. Радојчић, Милош. *Елементарна геометрија: основе и елементи еуclidксе геометрије*. Београд: Научна књига, 1961.
37. Склирис, Стаматис. *У оiлегалу и заiонешки: иконолошки есеји са 150 илустрација*. Београд: Православни богословски факултет, 2005.
38. Souriau, Étienne. “Time in the Plastic Arts”. Translated by Marjorie Kupersmith. *Journal of Aesthetics and Art Criticism*, 7, 4. Special Issue on Aesthetics in France (1949): 294–307.
39. Stipanić, Ernest. „Mihailo Petrović, matematičar i fenomenolog”. U *Mihailo Petrović: čovek, filozof, matematičar*, uredio Dragoslav S. Mitrinović, 87–92, Beograd: Zavod za udžbenike, 1968.
40. Stokić, Zoran. *Newton versus Einstein: Njutnov pojam prostora i vremena*. Beograd: Alfa, 1994.
41. Tasić, Vladimir. *Matematika i koreni postmodernog mišljenja*, Novi Sad: Svetovi, 2002.
42. Toulmin, Stephen. *The Return to Cosmology: Postmodern Science and the Theology of Nature*. Berkeley: University of California Press, 1983.
43. Тростников, Виктор. „Научна ли 'научная картина мира'”. *Новый мир*, 12 (1989): 257. „(He) научна слика света”. Превела Анкица Јовичић. *Галаксија Нова: научни маазин*, 3 (2021): 88–98.
44. Farey, J. Sen. “On a Curious Property of Vulgar Fractions”. *Philosophical Magazine*, 47, 217 (1816): 385–386.
45. Флоренски, Павле. *Смисао иделаизма*. Превео и поговор написао Илија Марић. Београд: Плато, 2000.
46. Флоренски, Павле. *Обрнућа ѿерсијекшива*. Превела Људмила Јоксимиовић. Београд: Логос, 2013.

47. Ford, L. R. "Fractions". *The American Mathematical Monthly*, 45, 9 (1938): 586–601.
48. Von Franz, Marie-Louise. *Number and Time: Reflections Leading toward a Unification of Depth Psychology and Physics*. Evanston: Northwestern University Press, 1974.
49. Hadamard, Jacques. *An Essay on the Psychology of Invention in the Mathematical Field*. New York: Dover Publications, Inc., 1954.
50. Chaitin, G. J. "Randomness in Arithmetic and the Decline and Fall of Reductionism in Pure Mathematics". *Chaos, Solitons and Fractals*, 5, 2 (1995): 143–159.
51. Couturat, Louis. *La logique de Leibniz: d'après des documents inédits*. Paris: Félix Alcan, 1901.
52. Warmus, M. "Calculus of Approximations". *Bulletin de l'Académie Polonaise des science*, Cl. III, 4, 5 (1956): 253–259.

Miloš R. Milovanović

Mathematical institute of the Serbian Academy of Sciences and Arts, Belgrade

INTUITIONIST FOUNDATION OF MATHEMATICS AND ITS APPLICATIONS IN MUSIC, ARCHITECTURE, EDUCATION...

During the 19th and the 20th century, an effort was made to establish mathematics on discrete language and formal logic. At the heart of such an endeavour is the elimination of time, as Emil Meyerson marked the tendency of the modern science to reduce diversity and change to unity and constancy. Gödel's and Turing's theorems, and not long after, Chaitin's as well, identified incompleteness of such a worldview. An alternative to formalism is intuitionism that considers time to be the base of consciousness. In that respect, the skeleton of mathematics is the time continuum which corresponds to the concept of a real number based upon the measurement process. The number 10 that represents a scaling of continuous signals has reflected the hierarchical structure of the measurement.

Finding out a manner to embed some entities in the time continuum is nevertheless a non-trivial task that is essential for the intuitionist foundation, for which Petrović's theory of mathematical spectra is intended. It is a view on the unity of mathematics and its applications, which are considered to be in analogy to spectroscopy in physics and physical chemistry. The significance of intuitionism for music theory concerns the circle of fifths that is consistently developed in terms of the time continuum.

Intuitionism is also reflected in the aesthetics of Milutin Borisavljević who regarded architecture as temporal art. His theory of optico-physiological perspective indicates great elaboration possibilities in terms of the time continuum. Applications in education require an intuitionist theory of cognition, which is a hierarchical structure expressing the time flow. The hierarchy transcends narcissistic culture of modernism, which is reduced to a limited presence that implies indifference to the past and an impersonal relationship to the future. In that regard, it should also be relevant to the humanities and their methodology.

Keywords: intuitionism, time continuum, mathematical spectra, circle of fifths, optico-physiological perspective, mathematical education

*Прихваћено за објављивање на седници
Уређивачкој одбора 10. новембра 2022.*

ISSN 0354-6640

